

# 不可能立体を立体視環境で透視投影を用いて可視化するシステム

横井 総太郎\* 松本 啓吾\* 鳴海 拓志\*

**概要.** 不可能立体をコンピュータグラフィックス上で表現する技術は、アートやエンターテインメント、認知心理学への応用を目指して研究が進められてきた。しかし、三次元的に不可能立体をモデリングする従来の研究では、特定の視点からのみ成立する錯覚が、他の視点からは不連続な面や歪みとして現れるため、錯覚を維持できないという課題がある。そのため、複数の視点から同時に表示することが求められる Virtual Reality (VR) のような立体視環境において、不可能立体を成立させる研究は限られている。本研究では、左右の視点ごとに異なるモデルを用いることで、両眼視差を活用して透視投影で不可能立体を立体視できるシステムを提案する。具体的には、本システムを用いて代表的な3種類の不可能立体を、立体視環境下で透視投影によるモデリングとレンダリングを行った。本研究の成果は、VRのような立体視環境で自然に不可能立体を表示し、他の物体とインタラクションを可能にする点にある。

## 1 はじめに

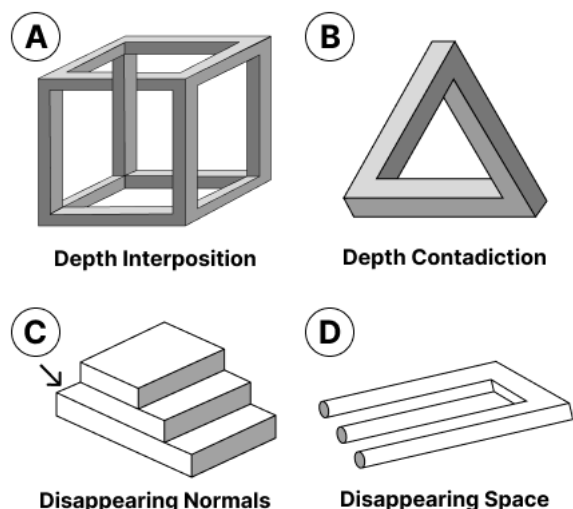


図 1. 代表的な4種類の不可能立体。(A) depth interposition (ネッカーの立体), (B) depth contradiction (ペンローズの三角形), (C) disappearing normal, (D) disappearing space (悪魔のフォーク)。

不可能立体は、その視覚的なパラドックスによる魅力から、芸術、認知心理学、コンピュータグラフィックスといった多様な分野で注目を集めてきた [1]。不可能立体は図 1 に示されるように、三次元立体に見えるが、観察者が当初考えていた通りには物理的に実現不可能な構造である [5]。映画『インセプション

ン』に登場する無限階段はその代表例である [8]。この階段は特定の視点からは無限に続くように見えるが、カメラの視点を変えると構造の不連続性が露呈する。不可能立体には、図 1 に示す4種類の分類が存在することが知られている [3]。

不可能立体を三次元的な彫刻として制作する試みもこれまでに行われてきた。例えば、Land Lipson はレゴを用いた不可能立体の作品を発表している [1]。しかし、これらの不可能立体は特定の視点からのみ 3D で構築可能であり、異なる視点から見ると錯覚が崩れるという性質がある。

このため、コンピュータグラフィックス分野では、異なる視点から見ても不可能立体の錯覚が崩れないようにモデルを動的に変更する方法が提案されてきた。例えば、Wu らは、不可能立体を 3D で再構築可能な部分と不可能な部分に分割し、Thin-Spline Warping を用いることで新しい視点を生成する手法を提案した [10]。また、中津らは、不可能立体の一種であるペンローズの階段を視覚的に一貫した形で回転させるアニメーションを作成した [7]。

これまでの研究は、単一の視点から不可能立体をモデル化することに焦点を当てており、同時に複数視点を要求する両眼視差を用いる環境、例えば Virtual Reality (VR) において不可能立体をモデル化する事例は少ない。中津らは、平行投影を用いた立体視環境でねじれたトラス形状の不可能立体をモデル化したが、これは VR における透視投影環境には適用できない [6]。しかし、近年の VR ヘッドマウントディスプレイの普及に伴い、従来の芸術やエンターテインメントの延長として、不可能立体が VR コンテンツとして展開されることが考えられる。

このギャップを埋めるために、本論文では VR 環境において透視投影を用いて不可能立体を表現する手法を提案する。本手法では、左右の目に対して独

Copyright is held by the author(s). This paper is non-refereed and non-archival. Hence it may later appear in any journals, conferences, symposia, etc.

\* 東京大学

立して不可能立体をモデル化し、頂点が両眼で一貫するように調整を行っている。提案手法を検証するために、図1に示される4種類のうち、三次元的に構成することが不可能な [2]Disappearing Spaceを除いた代表的な不可能立体3種類をVR内でモデル化した。

## 2 実装

### 2.1 原理

Sánchez-Reyes と Chacón は、Hoffman の理論 [4] に基づき、人間が線画から三次元の立体を構築する際に脳内で考慮する原則として、以下の3点を挙げている (以下、これを「原則」と称する) [9].

- 1 2つの点は、1つの点として投影されないこと.
- 2 曲線は、直線として投影されないこと.
- 3 2本の直線が平行に投影される場合、三次元空間内でも平行であること.

不可能立体の三次元的なモデリングでは、特定の視点から「原則」を満たさない立体を作成し、人間が不可能立体として知覚するように設計する。そのため、三次元立体に不連続面や歪みを加えることで、「原則」をあえて満たさない形状を設計する。

本研究では、従来のモデルを両眼立体視環境に適用し、左右それぞれの視点で異なる見え方をするようにモデリングする新たな手法を提案する。これにより、両眼の視点においても「原則」を満たさない立体を構築できるようになる。

### 2.2 実装例

本研究では、提案手法の概念を検証するために、「ネッカーの立方体」(図1A),「無限階段」(図1B),「法線の消失する階段」(図1C)を立体視環境で描画した。描画にはUnity 2022.3.9f1を使用し、立体視環境の表示にはELF-SR2を用いた。

#### 2.2.1 ネッカーの立方体

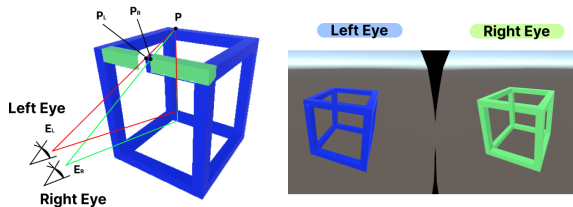


図 2. 立体視環境におけるネッカーの立方体のモデルの様子。説明のため、右目用のモデルは緑色で表示されており、左目用のモデルは青色で表示されている。本モデルでは、観察者から見て手前のみが左右の目で異なっている。

この立体は、観察者から見て手前にある辺が奥の辺とちょうど重なるようにモデリングされ、図1Aのように三次元的な表現を実現する。各頂点の座標は、図2中の記号を用いて以下のように表現される。ここで  $w_R$  および  $w_L$  は任意の実数であり、実装上は他の頂点との前後関係を考慮して設定される。

$$P_R = w_R(P - E_R) + E_R$$

$$P_L = w_L(P - E_L) + E_L$$

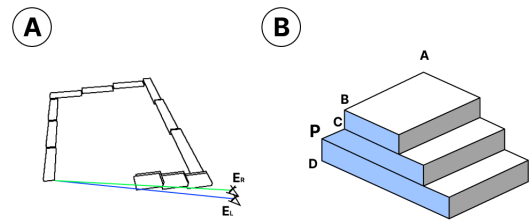


図 3. (A) 無限階段のモデルを、観察者以外の視点から見ると、階段が不連続になっている。このモデルを、両目の座標で連続に見えるように伸縮させる (B) 法線の消失する階段のモデル。図中の青い面は同一平面上にあり、頂点が移動することで他の辺と平行に見えるような錯覚を生む。

#### 2.2.2 無限階段

無限階段については、Nakatsu et al. のモデルを基に、階段の始点と終点の辺がちょうど重なるように動的に各段が伸縮するように設定した [7]。この伸縮の倍率を決定する際に、右目と左目のそれぞれの視点に基づく座標を使用した。

#### 2.2.3 法線の消失する階段

この立体については、図3中Bの青い平面を同一平面とし、頂点B, C,  $P_R$ , Dがそれぞれ他の辺と平行に見えるように座標を調整してモデリングを行った。これは、「原則」の3つ目を満たさない立体をモデリングすることで錯覚を成立させるものである。つまり、辺ABと辺PCが平行になるように、辺BCと辺PDが平行になるように、両眼の座標に基づいて頂点を移動させる。

### 2.3 議論と今後の課題

本研究では、左右の眼にそれぞれ錯覚を成立させるようなモデルを表示させることで、透視投影・立体視環境において不可能立体を表現する手法を提案した。今後は、不可能立体に両眼視差による奥行きを付与した際の人間の知覚の変化をユーザスタディによって明らかにすることが必要と考える。

## 参考文献

- [1] V. Alexeev. Impossible World: Impossible Figures, 2024. Accessed: 2024-09-17.
- [2] G. Elber. Modeling (seemingly) impossible models. *Computers amp; Graphics*, 35(3):632–638, June 2011.
- [3] B. Ernst. *Adventures with Impossible Figures*. Tarquin, Stradbroke, England, 1987.
- [4] D. D. Hoffman. *Visual intelligence: How we create what we see*. WW Norton & Company, 2000.
- [5] Z. Kulpa. Are impossible figures possible? *Signal Processing*, 5(3):201–220, 1983.
- [6] K. Nakatsu, T. Takahashi, and T. Moriya. A stereoscopic representation of impossible rectangle twisted torus figure. ACM SIGGRAPH 2012 Posters on - SIGGRAPH ' 12, SIGGRAPH ' 12, p. 1. ACM Press, 2012.
- [7] K. Nakatsu, T. Takahashi, and T. Moriya. Animating impossible figure from twisted torus to penrose stairs. In *SIGGRAPH Asia 2013 Posters*, SA ' 13, p. 1–1. ACM, Nov. 2013.
- [8] C. Nolan. Inception, 2010. [online] Available: <http://www.imdb.com/title/tt1375666/>.
- [9] J. Sánchez-Reyes and J. M. Chacón. How to make impossible objects possible: Anamorphic deformation of textured NURBS. *Computer Aided Geometric Design*, 78:101826, Mar. 2020.
- [10] T.-P. Wu, C.-W. Fu, S.-K. Yeung, J. Jia, and C.-K. Tang. Modeling and rendering of impossible figures. *ACM Transactions on Graphics*, 29(2):1–15, Mar. 2010.